



PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2017

SESIONI I

VARIANTI **A**

E enjte, 15 qershor 2017

Ora 10.00

Lënda: MATEMATIKË (PROFESIONALE)

ZGJIDHJE

1. Përgjigjet për pyetjet 1-13.

Pyetja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa e sakte	A	D	C	C	B	C	D	A	A	B	D	B	C

2. Një mënyrë zgjidhje për pyetjet 14-25

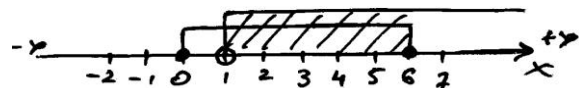
14. 3 pikë

$$\begin{aligned}
 x^2 - 6x &\leq 0 & -x+1 < 0 \\
 x^2 - 6x &= 0 & x > 1 \\
 x = 0 \text{ ose } x = 6 & & A_2 =]1; +\infty[\\
 A_1 &= [0; 6] & &
 \end{aligned}$$

x	$-$	0	6	$+$	x
$x^2 - 6x$	$+$	0	$-$	0	$+$
kushiti		↓	↓		
		V			

Bashkësia e zgjidhjeve të sistemit është bashkësia:

$$A_1 \cap A_2 =]1; 6].$$



15. a) 3 pikë

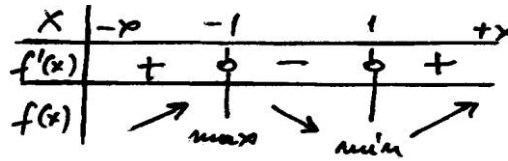
Për të studiuar monotoninë e funksionit, studiojmë shenjën e derivatit të parë për cdo $x \in \mathbb{R}$.

$$f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0$$

$$3(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



Në intervalin $]-\infty; -1[$ funksioni është rritës.

Në intervalin $]-1; 1[$ funksioni është zbritës.

Në intervalin $]1; +\infty[$ funksioni është rritës.

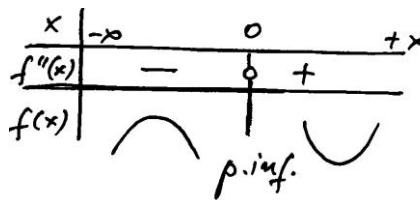
b) 2 pikë

Studiojmë shenjën e derivatit të dytë:

$$f''(x) = (3x^2 - 3)' = 6x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x = 0$$

$$x = 0$$



Në intervalin $]-\infty; 0[$ grafiku i funksionit është i mysët.

Në intervalin $]0; +\infty[$ grafiku i funksionit është i lugët.

16. a) 3 pikë

Ekuacioni i rrethit ka trajtën: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ku qendra $Q(a; b)$ dhe rreze r .

Meqenëse AB diametër $\Rightarrow Q$ mesi i AB .

$$a = x_Q = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2$$

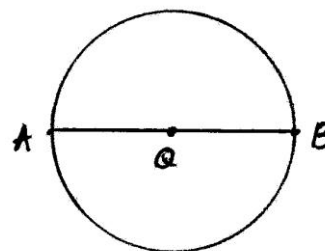
$$b = y_Q = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4$$

Rrjedhimisht: $Q(2; 4)$

$$r = AQ = \sqrt{(x_Q - x_A)^2 + (y_Q - y_A)^2}$$

$$r = \sqrt{(2-1)^2 + (4-3)^2} \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

Ekuacioni i rrethit është: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 2$



b) 1 pikë

$$S = \pi r^2 \Rightarrow S = \pi(\sqrt{2})^2 = 2\pi$$

$$S = 2\pi \text{ njësi katrore}$$

17. 3 pikë

$$P = 2(a + b)$$

$$P = 2(1 \cdot x + 3 \cdot x) = 2 \cdot 4x = 8x$$

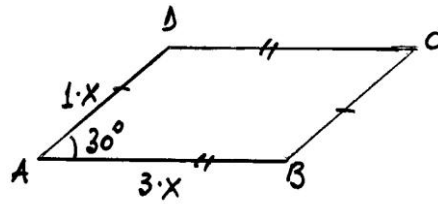
$$\text{Por } P = 64 \text{ cm} \Rightarrow 8x = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

$$AB = 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm}$$

$$AD = 1 \cdot 8 = 8 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$S = 24 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ = 96 \text{ cm}^2$$



18. 3 pikë

Nga përkufizimi i progresionit aritmetik:

$$d = (5a - 4) - (2a + 3)$$

$$d = (3a + 4) - (5a - 4)$$

$$(5a - 4) - (2a + 3) = (3a + 4) - (5a - 4)$$

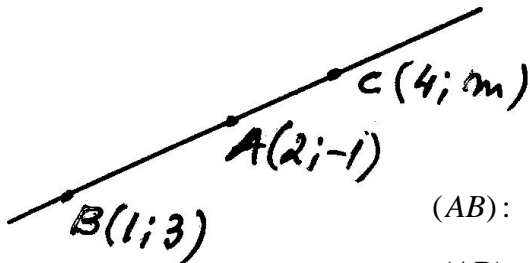
$$5a - 4 - 2a - 3 = 3a + 4 - 5a + 4$$

$$5a = 15$$

$$a = 3 \Rightarrow d = (5 \cdot 3 - 4) - (2 \cdot 3 + 3) = 11 - 9 = 2$$

$$d = 2$$

19. 3 pikë



Së pari: Gjejmë ekuacionin e (AB).

$$(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$$

$$(AB): \frac{x - 2}{1 - 2} = \frac{y + 1}{3 + 1} \Rightarrow 4(x - 2) = -1(y + 1) \Rightarrow 4x - 8 = -y - 1 \Rightarrow$$

$$(AB): 4x + y - 7 = 0$$

Që pikat A, B, C të ndodhen në një drejtëz duhet që:

$$C \in (AB)$$

$$C(4; m) \Rightarrow 4 \cdot 4 + m - 7 = 0 \Rightarrow 16 + m - 7 = 0 \Rightarrow 9 + m = 0$$

$$m = -9$$

20. 3 pikë

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1^2 + a \cdot 1 + b = 0 \\ f'(x) = 2x + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1^2 + a \cdot 1 + b = 0 \\ f'(1) = 2 \cdot 1 + a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

21. 3 pikë

$$m_{10} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 17 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 170$$

$$m_7 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = 20 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_7 = 140.$$

Shënojmë $x_8; x_9; x_{10}$ me x .

$$m_{10} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_7) + x + x + x}{10} = 17 \Rightarrow m_{10} = \frac{140 + 3x}{10}$$

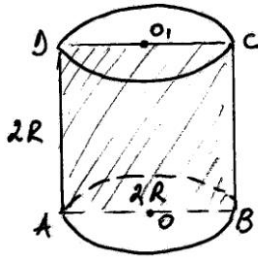
$$140 + 3x = 170$$

$$3x = 170 - 140$$

$$x = 10$$

Përgjigje: $x_8 = 10$; $x_9 = 10$; $x_{10} = 10$

22. 3 pikë



ABCD –katror ku $AB=2R$

$$S_{ABCD} = AB^2 = 400 \text{ cm}^2 \Rightarrow AB = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Pra, } 2R = 20 \text{ cm} \Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

$$V_c = S_b \cdot h$$

$$V = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi \cdot 10^3 = 2000\pi \text{ cm}^3$$

23. 2 pikë

$$\begin{aligned} \sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{32} &= \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \\ &= 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

24. 3 pikë

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{3-3x} = \frac{1-1^2}{3-3 \cdot 1} = \frac{1-1}{3-3} = \frac{0}{0} \text{ formë e pacaktuar}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+x)}{3(1-x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+x}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$

25. 2 pikë

Hapësira e rezultateve të mundshme :

$$H = \{(L; L), (L; S)(S; L)(S; S)\}$$

$$n(H) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(H)} = \frac{1}{4}$$

Ngjarja e favorshme : $A = \{(L; S)\}$
Pra, $n(A)=1$